

# 0-1 规划的稀布同心圆阵方法研究

谢欢欢, 景跃骐, 李 艳

(西安导航技术研究所, 陕西西安 710068)

**摘 要:** 提出了一种基于0-1规划的稀布同心圆阵设计方法. 将差分进化算法应用于0-1规划中, 截取通过同心圆阵面主波束的多个切面, 以切面内远场辐射方向图的副瓣电平、波束宽度和阵列单元数量为目标, 降低相控阵成本. 文中对一个9环和一个10环同心圆阵进行了仿真计算分析, 证实了方法的有效性. 使用该方法计算后, 9环同心圆阵单元数量由原来的279个减少为161个, 副瓣电平由原来的-17.4 dB降低为-20.8 dB, 半功率波束宽度增大了0.22°. 10环同心圆阵单元数量由原来的341个减少为190个, 副瓣电平由原来的-17.4 dB降低为-23.9 dB, 半功率波束宽度增大了0.79°.

**关键词:** 0-1规划; 稀布同心圆阵; 差分进化算法; 低成本相控阵

**中图分类号:** TN821+.8; TN957.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2018)01-0061-07

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.01.009

## Research on Sparse Concentric Ring Array Based on 0-1 Programming

XIE Huan-huan, JING Yue-qi, LI Yan

(Xi'an Research Institute of Navigation Technology, Xi'an, Shaanxi 710068, China)

**Abstract:** A sparse concentric ring array method based on 0-1 programming is proposed. Differential evolution algorithm is applied in the 0-1 programming. By obtaining multiple planes in the main lobe of the concentric ring array and assuming the side-lobe level, the beam width of the selected plane pattern and the element number of the array as the goal for optimization to reduce the cost of the concentric ring phased array. In order to validate the proposed method, a 9-ring and a 10-ring concentric circular array are calculated. The calculated results show that the element number of the 9-ring concentric ring array is reduced from 279 to 161, the side-lobe level is reduced from -17.4 dB to -20.8 dB, and the half power beam width increases by 0.22°. The element number of the 10-ring concentric ring array is reduced from 341 to 190, the side-lobe level is reduced from -17.4 dB to -23.9 dB, and the half power beam width increases by 0.79°.

**Key words:** 0-1 programming; sparse concentric ring array; differential evolution (DE) algorithm; low-cost phase array

### 1 引言

同心圆阵具有结构简单、扫描范围宽、波束控制灵活等特点, 广泛应用于雷达、移动通信和电子系统中<sup>[1,2]</sup>. 当作为相控阵雷达天线阵面时, 为降低雷达系统的成本, 通常将部分阵面单元接 T/R 组件, 其他单元接 R 组件, 因而需要将发射阵面进行稀布. 很多学者对同心圆阵稀布进行了研究, 但其中大部分都是以阵列的副瓣电平作为稀布目标, 而未考虑阵列的波束宽度<sup>[3-6]</sup>. 相控阵的副瓣电平影响雷达抗截获、抗干扰能力, 而波束宽度决定雷达的分辨率, 也是其关键指标之

一. 文献[7]对同心圆阵圆环的半径进行稀疏优化, 降低阵列的副瓣电平, 该方法未对每个圆环上的单元数进行稀布. 文献[8,9]在稀疏优化时增加了阵列单元位置的自由度, 来实现低副瓣电平. 该方法虽然能获得更好的副瓣电平, 然而位置关系的不一致性, 极大地提升了工程实现的难度. 文献[10,11]同时以阵列在  $xoz$  平面方向图的副瓣电平和波束宽度为目标, 对同心圆阵进行稀布, 但稀布后的同心圆阵并不具备满阵时的方向图旋转对称特性, 因而其他切面的副瓣电平和波束宽度与  $xoz$  平面的特性有一定差异, 可能会存在性能恶化的情况.

文中将满阵同心圆阵的单元进行 0-1 规划<sup>[12]</sup>, 并使用差分进化算法求解设计的 0-1 规划模型, 对同心圆阵进行稀布. 截取经过同心圆阵面主波束的多个切面, 以切面内方向图的副瓣电平、波束宽度和阵列单元数量为目标, 降低相控阵的成本. 当选取的切面数量足够多且均匀时, 即能实现三维远场辐射的低副瓣电平和窄波束. 通过对一个 9 环和一个 10 环同心圆阵进行 0-1 规划的稀布仿真计算, 减少了阵列单元的数量, 降低了三维远场方向图的副瓣电平, 并实现了与满阵基本相当的波束宽度, 证明了该方法是切实可行的.

## 2 0-1 规划的同心圆阵

图 1 是一个 0-1 规划的同心圆阵列模型, 阵列处于  $xoy$  平面上, 第  $m(m=1, 2, \dots, M)$  个圆环的半径为  $r_m$ , 其圆环上的单元数为  $N_m$ . 圆环上填充黑色的小圆圈代表有天线单元, 未填充的小圆圈表示该处没有天线单元, 任意一处天线单元存在的状态都只能是有或无这两种. 我们将天线单元的有无状态转化为其激励电流值, 当有天线单元时, 激励电流为 1, 当无天线单元时, 激励电流为 0, 整个同心圆阵的稀布就可以转化为求解其激励电流取值的 0-1 整数规划模型.

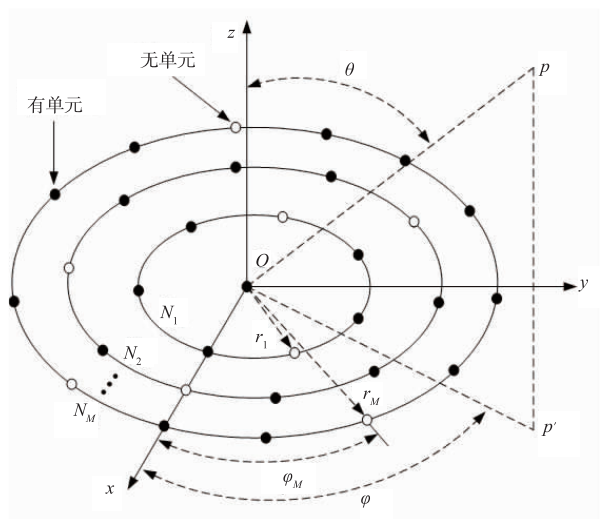


图1 0-1规划的同心圆阵

0-1 规划的同心圆阵在其远区辐射场点  $p$  的某分量可表示为:

$$E = \sum_{m=0}^M \sum_{i=1}^{N_m} I_{mi} E_{mi}(\theta, \varphi) e^{j(kr_m \sin(\theta) \cos(\varphi - \varphi_{mi}) + \alpha_{mi})} \frac{e^{-jkr}}{r} \mathbf{u} \quad (1)$$

式中  $m=0$  时表示同心圆阵中心的单元,  $E_{mi}(\theta, \varphi)$  是圆环阵中第  $m(m=0, 1, \dots, M)$  个圆环上第  $i(i=1, 2, \dots, N_m)$  个天线单元的辐射方向图,  $r$  是天线单元到场点的距离,  $\mathbf{u}$  表示场点  $p$  某分量的单位矢量. 当单元辐射方

向图相同时, 由式(1)可以得到阵列的阵因子为:

$$AF(\theta, \varphi) = \sum_{m=0}^M \sum_{i=1}^{N_m} I_{mi} e^{j(kr_m \sin(\theta) \cos(\varphi - \varphi_{mi}) + \alpha_{mi})} \quad (2)$$

式中  $I_{mi}$  是第  $m$  个圆环上第  $i$  个单元激励的电流幅度,  $I_{mi}=0$  或 1;  $k=2\pi/\lambda$  是波数,  $\lambda$  是工作波长;  $r_m$  是第  $m$  个圆环的半径;  $\varphi_{mi}$  是第  $m$  个圆环上第  $i$  个单元对应的方位角, 可表示为:

$$\varphi_{mi} = \frac{2\pi(i-1)}{N_m} \quad (3)$$

其中  $N_m$  是第  $m$  个圆环上的单元数量. 式(2)中  $\alpha_{mi}$  是激励电流的相位, 可表示为:

$$\alpha_{mi} = -kr_m \sin(\theta_0) \cos(\varphi_0 - \varphi_{mi}) \quad (4)$$

式中  $(\theta_0, \varphi_0)$  表示阵列的波束指向. 阵列阵因子增益为:

$$G = 10 \lg \frac{(\sum_{i=1}^N I_i)^2}{\sum_{i=1}^N I_i^2} = 10 \lg(N) \quad (5)$$

由式(5)可以看到, 稀布阵列阵因子增益与单元数量成正比关系, 稀布将使阵列的增益降低. 通常将稀布后的单元接 T 组件, 全阵面单元接 R 组件 (R 组件的成本远低于 T 组件), 牺牲雷达的发射增益 (接收增益不变) 来降低相控阵的成本. 因而稀布时, S 以减少副瓣电平、波束宽度和单元数量为目标, 来减少 T 组件数量, 从而降低相控阵成本. 当 0-1 规划同心圆阵所有激励单元的电流幅度都为 1 时, 同心圆阵为满阵排布. 通过对所有激励单元的幅度值 (0 或 1) 进行优化求解, 获得具有一定副瓣电平、波束宽度和单元数量要求的稀布同心圆阵.

## 3 同心圆阵的 0-1 规划稀布求解

在式(2)阵因子的三维方向图中, 等角度地截取经过主波束的多个切面, 以切面内方向图的副瓣电平和波束宽度作为同心圆阵 0-1 规划稀布的目标. 通常方向图测试时, 采样间隔为  $1^\circ \sim 2^\circ$ , 因而当截取间隔  $\leq 1^\circ$ , 且所有截取平面内的方向图都具有低副瓣和窄波束特性时, 即可认为同心圆阵的三维远场辐射方向图具有低副瓣和窄波束特性. 这里我们间隔  $1^\circ$  截取一个平面, 即  $\varphi = 1^\circ, 2^\circ, \dots, 180^\circ$ . 以所有切面的副瓣电平最大值最小、波束宽度等于满阵排布时的波束宽度和最少阵面单元数量为计算目标, 优化阵列 0-1 规划稀布的模型.

通常差分进化算法 (Differential Evolution, DE) 是对连续变量进行优化求解<sup>[13]</sup>, 为了使其能适应于 0-1 整数规划, 需要对其进行改进. 方法是连续变量限定在  $[0, 1]$  范围内, 并对变量四舍五入取整<sup>[14]</sup>, 得到满足 0-1 整数规划的差分进化算法, 其主要求解过程如下:

### (1) 初始化种群

初始化种群是在  $D$  维空间随机产生满足约束条件

的  $NP$  个个体,此过程需要对变量进行离散化,具体操作如下:

$$x_{ij}^0 = \text{round}(x_{ij}^L + \text{rand}_{ij}(x_{ij}^R - x_{ij}^L)) \quad (6)$$

式中  $x_{ij}^L$  和  $x_{ij}^R$  是第  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, NP$ ) 个个体中第  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, D$ ) 个变量的下界和上界,  $\text{rand}_{ij}$  是  $[0, 1]$  之间的随机小数,  $\text{round}$  是四舍五入取整. 这里  $x_{ij}^L = 0, x_{ij}^R = 1$ , 因而式(6)可以简化为:

$$x_{ij}^0 = \text{round}(\text{rand}_{ij}) \quad (7)$$

### (2) 变异操作

DE 算法的变异操作是在父代中随机选取三个个体,将其中两个个体之间的矢量进行缩放,再与另一个个体相加,最后进行四舍五入生成新个体. 对于  $t$  代的第  $i$  个目标个体  $x_i^t$ , 其相应的变异操作为:

$$v_i^{t+1} = \text{round}(x_{i1}^t + F(x_{i2}^t - x_{i3}^t)) \quad (8)$$

式中  $i, i1, i2, i3 \in [1, 2, \dots, NP]$ , 且为互不相等的整数, 因而要求 DE 算法的种群规模  $NP \geq 4$ ;  $F$  是缩放因子, 通常取值范围为  $(0, 2)$ .

### (3) 交叉操作

交叉操作是在当代种群中的目标个体  $x_i^t$  与变异个体  $v_i^{t+1}$  之间随机选取, 产生试验个体  $u_i^{t+1}$ , 要保证试验个体  $u_i^{t+1}$  至少有一位由变异个体  $v_i^{t+1}$  提供, 可表示为:

$$u_{ij}^{t+1} = \begin{cases} v_{ij}^{t+1}, & \text{rand}(j) \leq CR \text{ 或 } j = \text{randn}(D) \\ x_{ij}^{t+1}, & \text{rand}(j) > CR \text{ 或 } j \neq \text{randn}(D) \end{cases} \quad (9)$$

式中  $\text{rand}(j)$  是  $[0, 1]$  之间的随机小数;  $CR$  是交叉因子, 取值范围为  $[0, 1]$ ;  $\text{randn}(D)$  是  $[1, 2, \dots, D]$  范围的随机整数.

### (4) 选择操作

DE 算法使用“贪婪”搜索策略, 将目标个体  $x_i^t$  与生成的试验个体  $u_i^{t+1}$  进行竞争, 只有适应度好的个体才被选作子代, 表示为:

$$x_i^{t+1} = \begin{cases} x_i^t, & f(x_i^t) < u_i^{t+1} \\ u_i^{t+1}, & f(x_i^t) > u_i^{t+1} \end{cases} \quad (10)$$

式中  $f(x_i^t)$  和  $f(u_i^{t+1})$  表示个体  $x_i^t$  和试验个体  $u_i^{t+1}$  的适应度函数. 适应度函数可表示为:

$$f = W_{F1} SLL_{\max} + W_{F2} (BW_{\max} - BW_{I_m=1}) H(T) + W_{F3} N \quad (11)$$

适应度函数的三部分单位都为大于等于 0 的数值, 不包含单位. 其中  $W_{F1}, W_{F2}, W_{F3}$  是权重系数;  $SLL_{\max}$ 、 $BW_{\max}$  和  $N$  分别是所有截取平面内副瓣电平的最大值、所有截取平面内半功率波束宽度的最大值和阵列的单元数量;  $BW_{I_m=1}$  是满阵的波束宽度;  $H(T)$  是单位阶跃函数, 可表示为:

$$H(T) = \begin{cases} 0, & BW_{\max} \leq BW_{I_m=1} \\ 1, & BW_{\max} > BW_{I_m=1} \end{cases} \quad (12)$$

重复执行(2)~(4), 直到达到最大迭代次数. 其算法的流程如图 2 所示.

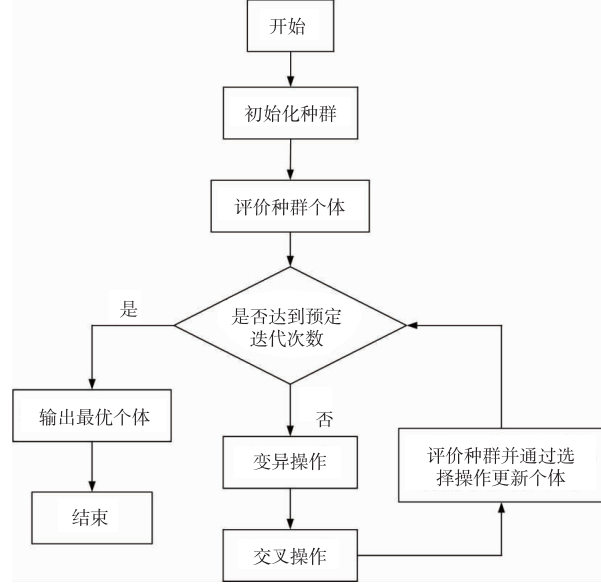


图2 DE算法流程图

## 4 仿真验证

为了验证设计方法的可行性, 我们使用该方法对一个 9 环和一个 10 环同心圆阵进行 0-1 规划的稀布计算分析. 同心圆阵的圆环间距为  $\lambda/2$ , 每个圆环上单元间距约为  $\lambda/2$ . 则每个圆环上的单元数量  $N_m = 2\pi r_m / d_m$ , 单元数必须要为整数, 因而对  $N_m$  向下取整. 9 环同心圆阵总单元为 279 个, 10 环同心圆阵总单元为 341 个, 其满阵时的单元排布和方向图如图 3 所示.

两个阵列满阵排布时的副瓣电平都为  $-17.4\text{dB}$ , 9 环同心圆阵列的半功率波束宽度为  $6.18^\circ$ , 10 环同心圆阵列的半功率波束宽度为  $5.58^\circ$ . 使用 DE 算法对同心圆阵进行 0-1 规划稀布后, 9 环同心圆阵列单元数量减少到 161 个, 副瓣电平降为  $-20.8\text{dB}$ , 半功率波束宽度变为  $6.4^\circ$ . 10 环同心圆阵列单元数量减少到 190 个, 副瓣电平降为  $-23.9\text{dB}$ , 半功率波束宽度变为  $6.36^\circ$ . 稀布后的阵列排布及稀布后的阵列三维方向图如图 4 所示.

为了更直观地将满阵方向图和稀布后的方向图进行对比, 我们每间隔  $15^\circ$  展示其切面方向图, 其对比如图 5 所示.

由于满阵时, 其方向图是旋转对称的, 因而只给出其中一个切面的方向图. 0-1 规划稀布后, 9 环同心圆阵副瓣电平从  $-17.4\text{dB}$  降到了  $-20.8\text{dB}$ , 10 环同心圆阵副瓣电平从  $-17.4\text{dB}$  降到了  $-23.9\text{dB}$ . 从图 4(b)(d) 和图 5 都可以看到, 稀布后的同心圆阵不再具有方向图

旋转对称特性. 表 1 列出了每个切面副瓣电平和波束宽度的参数.

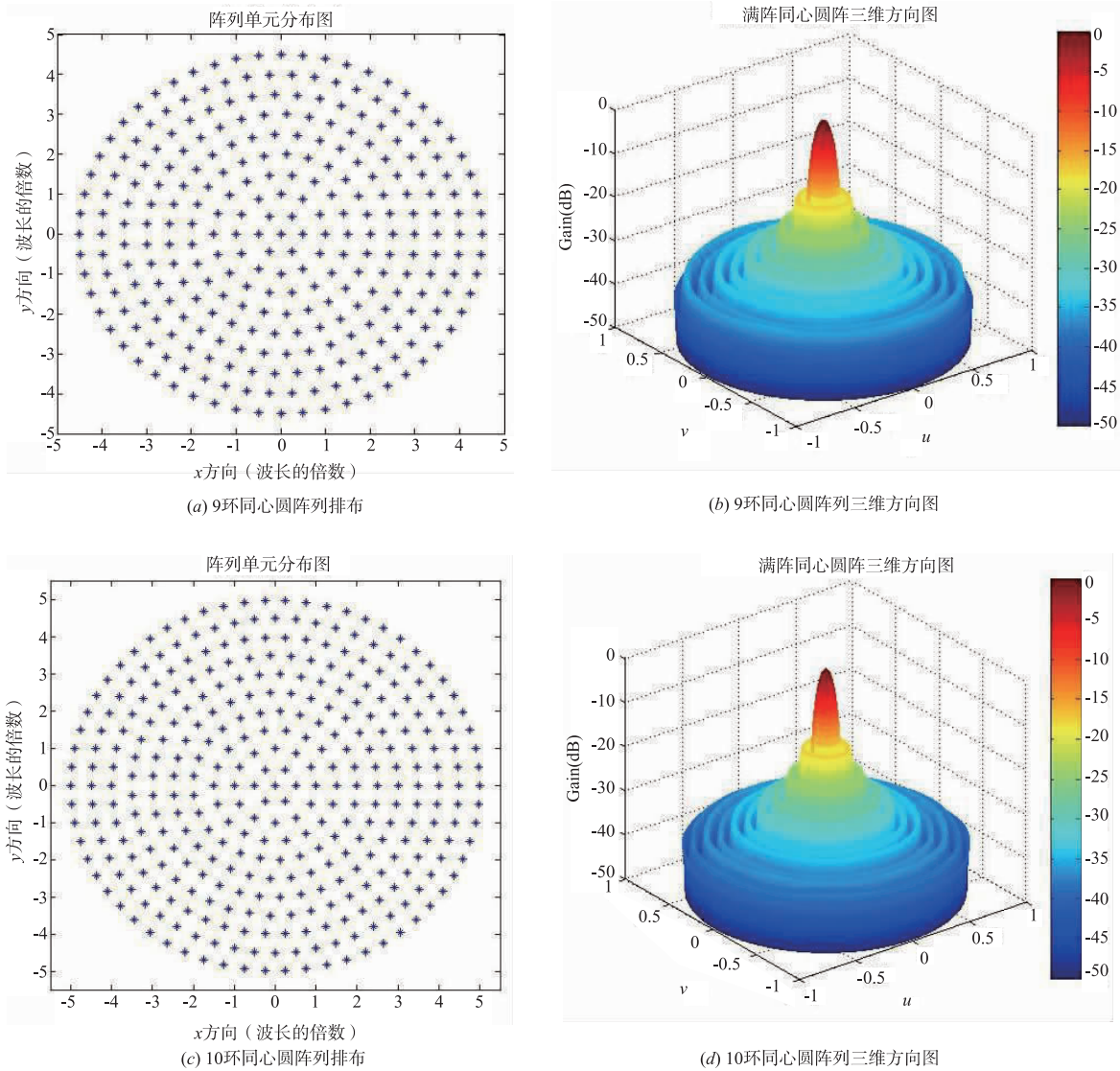


图3 满阵同心圆阵

表 1 各切面副瓣电平和波束宽度的值

切面 $\varphi / (^{\circ})$		满阵	稀布, 0	稀布, 15	稀布, 30	稀布, 45	稀布, 60	稀布, 75	稀布, 90	稀布, 105	稀布, 120	稀布, 135	稀布, 150	稀布, 165
9 环同心圆阵	副瓣电平(dB)	-17.4	-21.6	-21.0	-22.5	-20.9	-22.3	-21.3	-21.8	-21.8	-20.8	-20.8	-21.9	-21.3
	波束宽度( $^{\circ}$ )	6.18	6.33	6.31	6.30	6.30	6.31	6.33	6.36	6.39	6.40	6.40	6.39	6.37
10 环同心圆阵	副瓣电平(dB)	-17.4	-26.7	-23.9	-24.5	-26.3	-25.3	-24.0	-24.2	-23.9	-24.1	-24.6	-25.1	-24.8
	波束宽度( $^{\circ}$ )	5.58	6.10	6.06	6.06	6.10	6.16	6.24	6.30	6.36	6.36	6.34	6.26	6.18

满阵的同心圆阵具有良好的波束扫描特性. 为验证稀布后的同心圆阵波束扫描特性, 我们以波束扫描到  $(\theta = 30^{\circ}, \varphi = 0^{\circ})$  和  $(\theta = 45^{\circ}, \varphi = 45^{\circ})$  为例, 分析 0-1 规划稀布后的 9 环和 10 环同心圆阵扫描性能, 并将其与满阵进行对比. 图 6 是波束扫描到  $(\theta = 30^{\circ}, \varphi = 0^{\circ})$  时, 在  $\varphi = 0^{\circ}$  平面上, 9 环和 10 环同心圆阵的满阵和稀

布后阵方向图对比.

图 7 是波束扫描到  $(\theta = 45^{\circ}, \varphi = 45^{\circ})$  时, 在  $\varphi = 45^{\circ}$  平面上, 9 环和 10 环同心圆阵的满阵和稀布后阵方向图对比.

从图 6 和图 7 可以看到, 稀布后的同心圆阵具有和满阵相似的波束扫描性能, 能准确地扫描到要求的波束位置上.

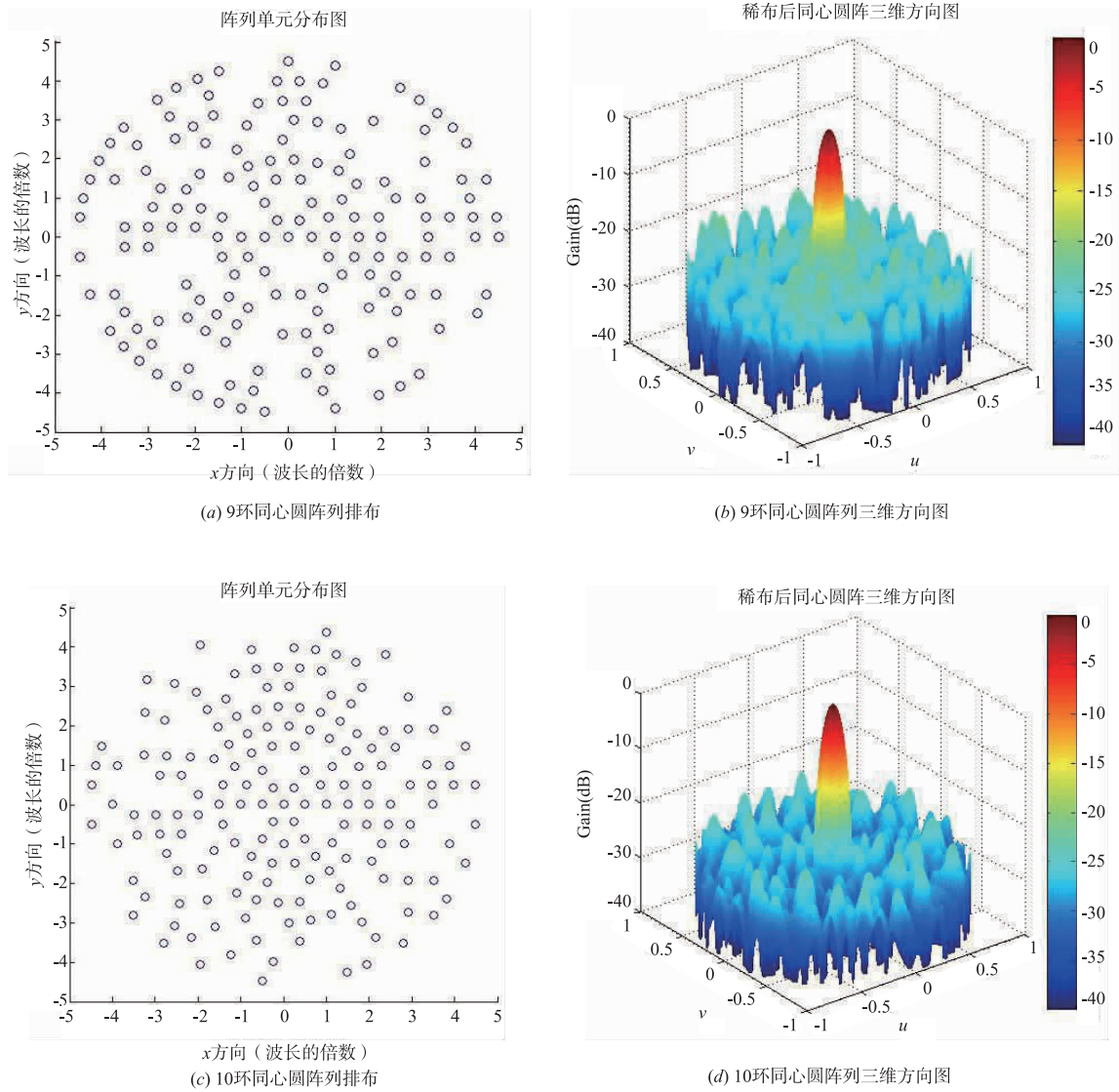


图4 稀布后同心圆阵

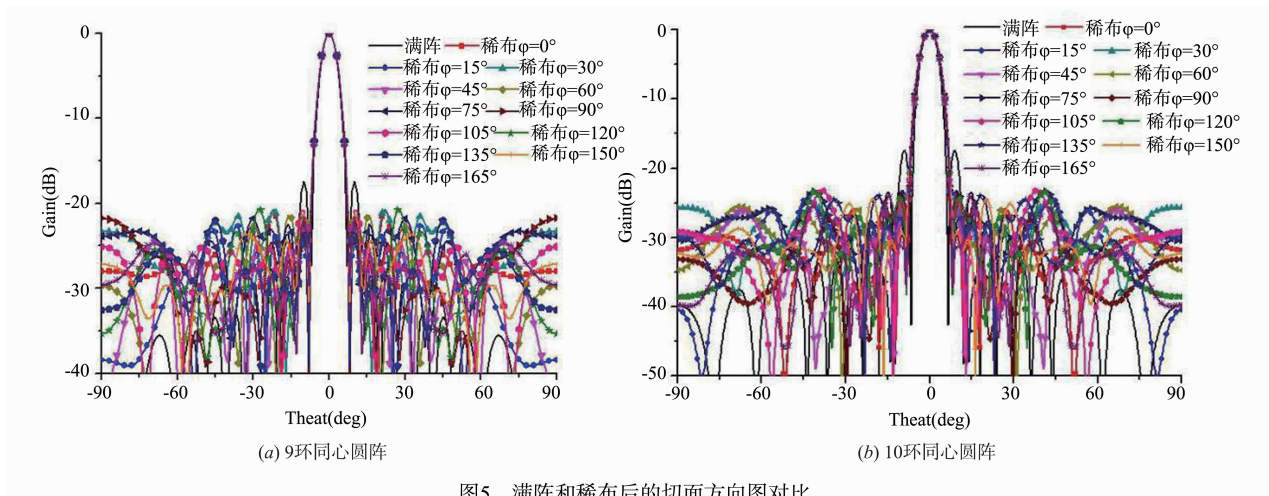
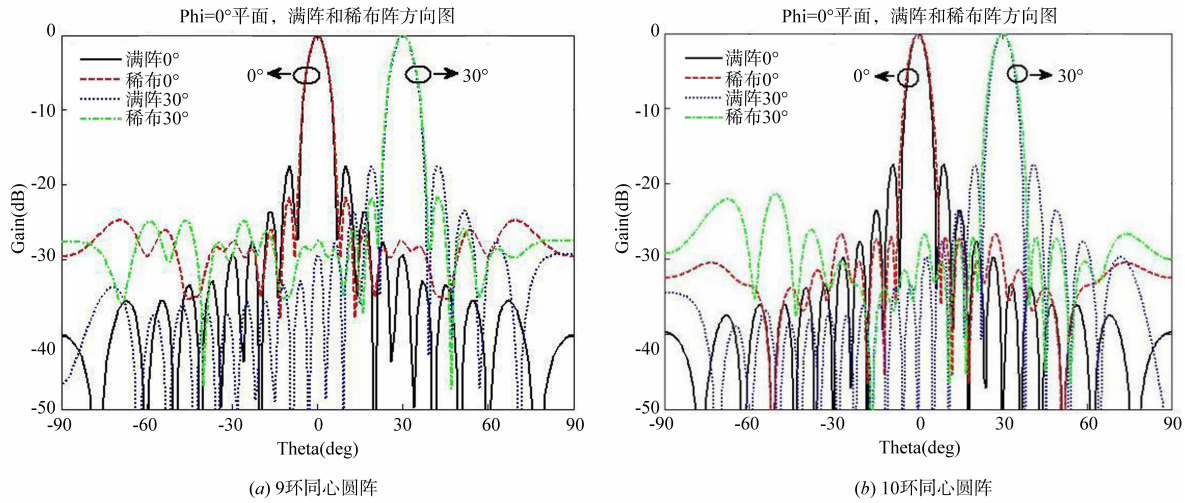
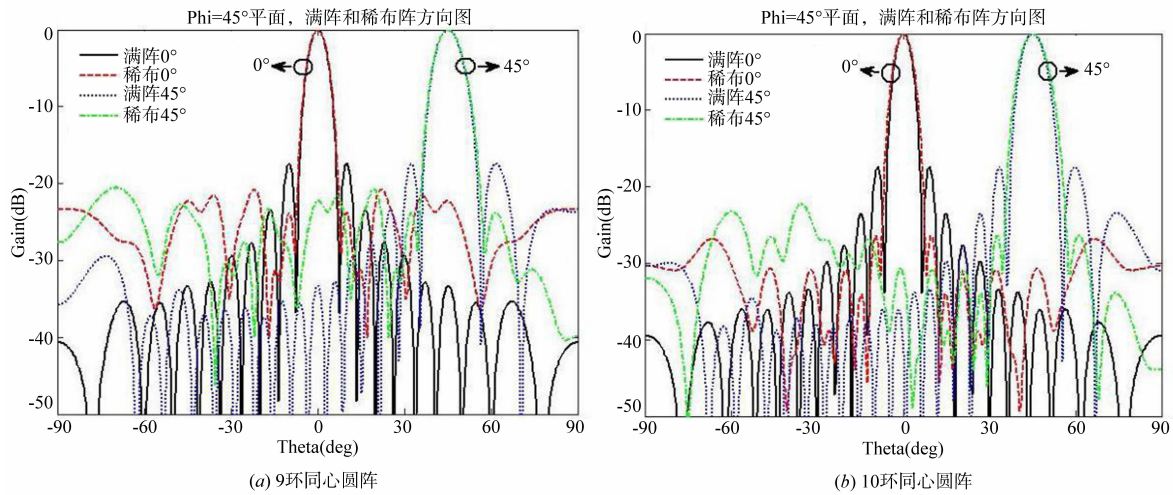


图5 满阵和稀布后的切面方向图对比

图6  $\varphi=0^\circ$ 平面, 满阵和稀布后的方向图对比图7  $\varphi=45^\circ$ 平面, 满阵和稀布后的方向图对比

## 5 结论

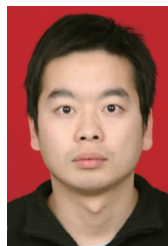
本文提出了一种基于 0-1 规划的稀布同心圆阵方法. 与通常仅以副瓣电平作为稀布目标, 或仅以一个切面作为分析对象的方法不同, 该方法截取通过同心圆阵主波束的多个切面, 并同时以切面内远场辐射方向图的副瓣电平、波束宽度和阵元数量为稀布目标, 求解 0-1 规划的最佳阵列排布, 最后使用差分进化算法求解设计的 0-1 规划模型. 文中利用该方法对一个 9 环和一个 10 环的同心圆阵进行仿真计算分析, 计算的结果显示, 9 环同心圆阵稀布后的单元数量由原来的 279 个减少为 161 个, 三维远场辐射方向图的副瓣电平由原来的  $-17.4\text{dB}$  降为  $-20.8\text{dB}$ , 波束宽度增加了  $0.22^\circ$ . 10 环同心圆阵稀布后的单元数量由原来的 341 个减少为 190 个, 三维远场辐射方向图的副瓣电平由原来的  $-17.4\text{dB}$  降为  $-23.9\text{dB}$ , 波束宽度增加了  $0.79^\circ$ . 证实该方法是有效的.

## 参考文献

- [1] BALANIS C A. Antenna Theory Analysis and Design (3rd Edition) [M]. Hoboken, New Jersey, USA: John Wiley & Sons Inc, 2005. 365 - 369.
  - [2] 薛正辉, 李伟明, 任伍. 阵列天线分析与综合 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2011. 312 - 317.
  - [3] DESSOUKY M I, SHARSHAR H A, ALBAGORY Y A. Optimum normalized-Gaussian tapering window for side lobe reduction in uniform concentric circular arrays [J]. Progress in Electromagnetics Research, 2007, 69: 35 - 46.
  - [4] HAUPT R L. Optimized element spacing for low sidelobe concentric ring arrays [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2008, 56(1): 266 - 268.
  - [5] 贾维敏, 林志强, 姚敏立, 赵鹏, 赵建勋. 一种多约束稀布线阵的天线综合方法 [J]. 电子学报, 2013, 41(5): 926 - 930.
- JIA Wei-min, LIN Zhi-qiang, YAO Min-li, ZHAO Peng,

- ZHAO Jian-xun. A synthesis technique for linear sparse arrays with multiple constraints[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2013, 41(5): 926–930. (in Chinese)
- [6] 胡继宽, 王布宏. 基于差集与遗传算法的同心圆阵稀疏优化方法[J]. *微波学报*, 2013, 29(4): 24–28.  
HU Ji-kuan, WANG Bu-hong. Method of optimal thinned concentric ring array based on difference sets and genetic algorithm[J]. *Journal of Microwaves*, 2013, 29(4): 24–28. (in Chinese)
- [7] ZHAO X W, YANG Q S, ZHANG Y H. A hybrid method for the optimal synthesis of 3-D patterns of sparse concentric ring arrays [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2016, 64(2): 515–524.
- [8] 于波, 陈客松, 朱盼, 王国强. 稀布圆阵的降维优化方法[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(2): 476–481.  
YU Bo, CHEN Ke-song, ZHU Pan, WANG Guo-qiang. An optimum method of sparse concentric rings array based on dimensionality reduction [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(2): 476–481. (in Chinese)
- [9] 王玲玲, 方大纲. 运用遗传算法综合稀疏阵列[J]. *电子学报*, 2003, 31(12A): 2135–2138.  
WANG Ling-ling, FANG Da-gang. Genetic algorithm for the synthesis of thinned array[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2003, 31(12A): 2135–2138. (in Chinese)
- [10] PATHAK N N, MAHANTI G K, SINGH S K, MISHRA J K, CHAKRABORTY A. Synthesis of thinned planar circular array antennas using modified particle swarm optimization[J]. *Progress in Electromagnetics Research Letters*, 2009, 12: 87–97.
- [11] SINGH U, KAMAL T S. Synthesis of thinned planar concentric circular antenna arrays using biogeography-based optimization[J]. *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, 2012, 7(6): 822–829.
- [12] 施光燕, 董加礼. 最优化方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999. 113–117.
- [13] RAINER S, PRICE K. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. *Journal of Global Optimization*, 1997, 11(4): 341–359.
- [14] WANG Y, CAI Z, ZHANG Q. Differential evolution with composite trial vector generation strategies and control parameters[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2011, 15(1): 55–66.

#### 作者简介



谢欢欢 男, 1984 年 10 月出生, 湖南永州人, 2011 年毕业于西安电子科技大学电磁场与微波技术专业, 获工学博士学位. 现为西安导航技术研究所高级工程师, 主要研究方向: 智能算法及在电磁场领域应用、相控阵天线、阵列天线分析及综合.

E-mail: haobei1002@sina.com



景跃骐 男, 1990 年 3 月出生, 陕西咸阳人. 2014 年毕业于西安电子科技大学电磁场与微波技术专业, 获工学硕士学位. 现于西安导航技术研究所从事天线设计工作, 工程师. 主要研究方向为相控阵天线设计, 相控阵馈线设计等.